A nyní krátká pohádka o setkání kružnice s přímkou.

Byla jednou jedna přímka a ta se kamarádila s kružnicí. Měly spolu pěkný, harmonický vztah. Přímka nebyla natolik vtíravá, aby kružnici přímo protínala a nebyla ani nikdy natolik nevraživá, aby kružnici nechávala samotnou a nesdílela s ní ani jeden bod. Bylo to akorát. Přímka sdílela s kružnicí právě jeden bod a hrdě se chlubila ostatním přímkám tím, že smí nosit titul „tečna“. Ostatní, závistivé vnější přímky si z milé tečny utahovaly, ale tečna si z toho nic nedělala. Když potkala nějakou jinou zdvořilejší přímku, tak se představila jako **p: $2x + y = 0$**.

Kružnice měla rovněž jméno: **$(x+6)^2 + (y-2)^2 = 20$.**

Když se jednou obě zapomněly na procházce a bylo už po deváté hodině, geometrická policie si ověřovala, zda patří ke stejné domácnosti. Obě legitimovala a dosadila $y = -2x$ do rovnice $(x+6)^2 + (y-2)^2 = 20$. Zjistila společný bod, takzvaný dotykový bod T [-2; 4] a nechala přímku i kružnici jít v klidu domů.

Tam se obě zamýšlely nad tím, proč to na nich není vidět hned, že jsou ze stejné domácnosti a jestli se s tím snad nedá něco i dělat. Zkušenější kružnice byla přesvědčena, že si nakonec nejsou tak nepodobné, jak se zdá, alespoň z toho algebraického pohledu a začala přímce vysvětlovat.

„Podívej se na mě. Mám spoustu bodů, které se dají do mojí rovnice **$(x+6)^2 + (y-2)^2 = 20$** dosadit. Jsou to například body [-2; 0]; [-4; 6]; [-10; 4]; [-10; 0] a spoustu dalších i takových, které mají neceločíselné souřadnice. K mým bodům patří samozřejmě i ten jeden tvůj [-2; 4]. Moje rovnice slouží k tomu, aby nebylo nutné všechny mé body vypisovat.“

Přímka přikyvovala, jelikož to znala také. Také vlastní množství bodů [0; 0]; [-1; 2]; [-2; 4] (mimochodem bod sdílený s kružnicí). Jen jí bylo líto, že její body jsou přeci jen tak nějak předvídatelnější než u kružnice. I tak si byla vědoma toho, že se všechny její body také nedají vyčíslit a proto má svou rovnici, která výpis všech jejích bodů nahrazuje.

Kružnice pokračovala: „Víš, že mé jméno se dá vyjádřit ještě mnohem košatěji?
Nikoli **$(x+6)^2 + (y-2)^2 = 20$**

ale **$(x+6)(x+6) + (y-2)(y-2) = 20$.**“

Nyní byla přímka ještě závistivější, chtěla také tak košaté jméno a velmi se divila, když jí kružnice tvrdila, že i přímka může podobně složité jméno mít také.

Kružnice pokračovala ve vysvětlování: „Do rovnice **$(x+6)(x+6) + (y-2)(y-2) = 20$** se dá dosazovat úplně stejně jako do té původní. A ani to netrvá o moc déle. Dosadí se souřadnice, např. [-2; 4] a rovnice vychází. Jen se ta -2 i ta 4 dosazuje na dvě místa. Jinak je vše stejné. Jestlipak ale víš, milá přímko, co se stane, pokud dosadíme jen jednou? Zkusíme si to: **$(x+6)(-2+6) + (y-2)(4-2) = 20$**“

Přímka byla bystrá a začala tušit, kam to směřuje. „To je přece moje rovnice“ vykřikla. „Vždyť je lineární a navíc pro dosazení bodu T [-2; 4] vychází.“

„Jak to víš tak rychle a bez počítání?“ otázala se kružnice.

„No přece dosazení: **$(-2+6)(-2+6) + (4-2)(4-2) = 20$** jsme zrovna provedli v rámci kružnice.“

„To je sice hezké, že dosazení dotykového bodu vychází“ opáčila kružnice. „Ale existuje přeci nekonečně mnoho přímek (celý tzv. svazek přímek), které prochází bodem T [-2; 4] avšak jsou různě natočené. Jak víš, že rovnice

(x+6) (-2+6) + (y-2) (4-2) = 20 je zrovna tvoje? Jak víš, že se jedná o správné natočení v souřadnicovém systému?“

Kružnice znala odpověď na všechny otázky, které přímce kladla, ale chtěla udělat přímce radost, že si na to přijde sama.

„Natočení neřeším“ kontrovala přímka s překvapivou odpovědí. „Rovnice **(x+6) (-2+6) + (y-2) (4-2) = 20** je beztak tak zesložitělá, že na ní není vidět žádná moje vlastnost, natož nějaké natočení. Navíc mate studenty, protože se naoko tváří jako rovnice kružnice, i když není.“

Kružnice zbystřila.

„Ale jedno je z rovnice **(x+6) (-2+6) + (y-2) (4-2) = 20** jasné“ pokračovala přímka. „Když dosadíme za **x** a za **y** jiná čísla než -2 a 4, pak buď vůbec nevychází, anebo vychází, avšak číselná dvojice souřadnic již nemůže reprezentovat bod náležící kružnici! Zkusím to na příkladu: Jedním z mých bodů je i bod [-3; 6]. Dosadím ho do své košaté rovnice

(x+6) (-2+6)	**+ (y-2) (4-2)**	**= 20**
(-3+6) (-2+6)	**+ (6-2) (4-2)**	**= 20**
3×4	**+ 4×2**	**= 20**
12	**+ 8**	**= 20**
20		**= 20**

Takto mohu dosadit jakýkoli vlastní bod do své košaté rovnice a rovnice bude vycházet. Tím se potvrdí, že ten bod je skutečně můj. Je ale jisté, že všechny tyto body neleží na kružnici. I bod [-3; 6] neleží na kružnici. Dosazovat tento bod do rovnice kružnice již nechci, je to totiž zřejmé hned. Kružnice má totiž rovnici **k: (x+6) (x+6) + (y-2) (y-2) = 20.** Jediný bod, který může mít společný s **p: (x+6) (-2+6) + (y-2) (4-2) = 20** je T[-2 ; 4]. Rovnice přímky **p** totiž po dosazení [-2; 4] vypadá úplně stejně jako rovnice kružnice **k**: **(-2+6) (-2+6) + (4-2) (4-2) = 20.** Po dosazení např. bodu [-3; 6] již nikdy nemůže být rovnice kružnice číselně stejná jako rovnice přímky. Existuje tedy jen jeden bod T, který tuto identitu umožňuje. Proto se nestarám o své natočení a tvrdím, že rovnice **p: (x+6) (-2+6) + (y-2) (4-2) = 20** je moje a je stejná jako tvar **p: 2x + y = 0**. Stačí totiž vědět, že se jedná o rovnici přímky (to ano, je lineární), že obsahuje bod T[-2; 4] (obsahuje) a nesdílí žádný další bod s kružnicí. Tedy sdílí s kružnicí právě jeden bod, je to tedy TEČNA.“

Kružnice byla ráda, že nemusí přímce nic dál vysvětlovat a že si přímka na vše přišla sama, neboť zná velmi dobře všechny své vlastnosti.

Konec pohádky